EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….058

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A_n(n,0)$ și $B_n(0,n)$, cu $n \in \{1,2,3\}$ și se notează cu M mulțimea formată din aceste 6 puncte .

(4p) **a)** Să se calculeze lungimea segmentului (A_1B_2) .

(4p) **b)** Să se calculeze aria triunghiului $A_1A_2B_2$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\sin(A_1\hat{A}_2B_2)$.

(4p) **d)** Să se arate că în mulțimea M se găsesc două puncte situate pe dreapta de ecuație $x+2y-2=0$.

(2p) **e)** Să se determine coordonatele punctului de intersecție al dreptelor A_1B_2 și A_2B_1 .

(2p) **f)** Să se calculeze numărul dreptelor determinate de elementele mulțimii M .

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine numărul real x pentru care $27-3^x=0$.

(3p) **b)** Să se calculeze suma soluțiilor reale ale ecuației $x^2-4x+1=0$.

(3p) **c)** Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^4 + X^3 + 2X^2 + X + 1$ la polinomul $g = X + 1$.

(3p) **d)** Să se calculeze în câte feluri pot fi alese 3 persoane dintr-o echipă de 5 persoane.

(3p) **e)** Să se calculeze C_6^2.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x^2+1}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(3p) **c)** Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se arate că $f(x)\le 2$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & 0\\ 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ și pe mulțimea $M_2(\mathbf{R})$

se defineşte legea de compoziție "$\circ$" prin $X\circ Y = X\cdot Y + Y\cdot X$, $\forall X,Y\in M_2(\mathbf{R})$.

(4p) **a)** Să se arate că $\det A = \det B$.

(4p) **b)** Să se arate că $A^2 \neq B^2$.

(4p) **c)** Să se determine matricea $D = A\circ B$.

(2p) **d)** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=2\\ y+z=3\\ z+x=5\end{cases}$, $x,y,z\in\mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se calculeze determinantul matricei $U = A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + A^6$.

(2p) **f)** Să se arate că pentru orice matrice $X\in M_2(\mathbf{R})$ este adevărată egalitatea $X\circ C = C\circ X$.

(2p) **g)** Să se dea un exemplu de două matrice diferite $S,T\in M_2(\mathbf{R})$, $S\neq C, T\neq C$

pentru care $S\circ T = T\circ S$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{x}{e^x}$.

(4p) **a)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .

(2p) **d)** Să se arate că $f(x)\le\frac{1}{e}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\left(f(1)+\frac{1}{2}\cdot f(2)+\frac{1}{3}\cdot f(3)+..+\frac{1}{n}\cdot f(n)\right)$.

(2p) **g)** Să se arate că $e\cdot\pi < e^{\pi}$, folosind eventual punctul **d)** .